

## Analisi statiche non lineari per strutture esistenti

### *Tematiche e prospettive*

Paolo Sattamino, Resp. Settore Calcolo Strutturale e Geotecnico Harpaceas S.R.L.  
Ada Zirpoli, Assistenza Tecnica Settore Calcolo Strutturale e Geotecnico

Negli ultimi anni l'analisi statica non lineare o, altrimenti detta *pushover*, ha subito un notevole incremento di utilizzo nell'ambito delle analisi di vulnerabilità sismica di strutture esistenti. Questo tipo di calcolo comprende essenzialmente i seguenti aspetti: la determinazione di relazioni tra taglio totale alla base e spostamento di un punto di controllo (le curve di capacità della struttura), la valutazione dello spostamento massimo o (*performance point*) raggiunto dalla struttura a fronte di un evento sismico e infine la rielaborazione di questi risultati allo scopo di effettuare confronti in termini di spostamenti o PGA (accelerazioni) arrivando poi a stabilire opportuni indici di rischio sismico dell'intera struttura.

Alla base dell'applicazione dell'analisi *pushover*, nella sua formulazione standard (metodo N2), risiede la condizione di regolarità strutturale, sia in pianta che in altezza. Esiste tuttavia la possibilità di estendere questo approccio anche a strutture che violano questa ipotesi. Numerose varianti sono state proposte in questo senso. Altro punto critico è l'ipotesi di piano rigido, aspetto fortemente correlato all'analisi statica non lineare. Questa condizione è generalmente garantita nelle strutture nuove, meno in quelle esistenti.

L'analisi statica non lineare viene soprattutto utilizzata su due tipologie strutturali molto diffuse: edifici in muratura ed edifici in c.a..

Con riferimento ad una struttura prevalentemente in muratura, è ormai consolidato il metodo che consiste nel "trasformare" un modello composto da elementi bidimensionali (ad esempio i maschi murari) in uno schema a "telaio equivalente" (TEQ). La struttura che il Progettista si appresta ad analizzare, però, deve essere "veramente" assimilabile a telaio equivalente.

Nei casi invece delle strutture in cemento armato a telaio il problema non si pone in termini di modellazione. Infatti, la struttura presenta già una configurazione naturale a colonne e travi.

All'interno della categoria degli edifici in c.a. sono senz'altro da citare gli edifici prefabbricati industriali, in particolare la tipologia monopiano. Essa

merita considerazioni specifiche sulle tecniche di modellazione ed analisi ai fini di coglierne correttamente la risposta sismica.

Strutture che fanno parte del nostro patrimonio storico caratterizzate da volte, archi ed aperture non sempre si prestano ad una trasformazione in un modello a telaio equivalente. In alcuni casi utilizzare il TEQ potrebbe far perdere importanti indicazioni sui comportamenti locali della struttura. In questo ambito è necessario adottare modellazioni ad elementi finiti bi- o tri-dimensionali. Questa categoria di edifici è indicata col termine "monumentali". Anche su di essa è opportuno sviluppare approcci nell'ambito della statica non lineare.

Per tutte le tipologie strutturali sopra menzionate l'analisi statica non lineare è un metodo sofisticato e fornisce certamente indicazioni ulteriori rispetto alle classiche analisi svolte in campo lineare. Tuttavia, l'analisi statica non lineare manifesta anch'essa alcune restrizioni. Per ovviare a tali limitazioni si può ricorrere all'analisi dinamica non lineare (o Time History). Questo approccio, sicuramente caratterizzato da difficoltà quali la rappresentazione dei dati di input e la lettura ed interpretazione della risposta strutturale, non presenta particolari limitazioni nelle tipologie strutturali esaminabili, consente di descrivere in modo più realistico la forzante sismica ed il comportamento del materiale, tenendo conto del progressivo danneggiamento e conseguente degrado della rigidità.

## **Analisi statica non lineare, approcci a telaio e strutture monumentali**

Anche se l'obiettivo del Progettista è quello di svolgere un'analisi statica non lineare, è fondamentale effettuare, come primo passo, delle analisi lineari allo scopo di controllare che le operazioni di modellazione siano state condotte correttamente. Le analisi lineari sono maggiormente controllabili e permettono di cogliere eventuali errori o imprecisioni nella modellazione della struttura; consentono inoltre di migliorarne alcuni aspetti al fine di recepire una risposta più realistica. L'analisi lineare permette poi di esaminare il corretto inserimento dei carichi, l'effetto delle zone rigide e degli eventuali *offset* di posizionamento degli oggetti, gli effetti di carichi di parti secondarie e di eventuali particolari schemi di svincolo negli elementi strutturali.

Entrando invece nell'ambito dell'analisi non lineare, sia per le strutture in c.a. sia per quelle in muratura il primo passo da compiere consiste nella

semplificazione della struttura originaria. Questa operazione viene spesso trascurata o elusa preferendo proseguire le calcolazioni sui modelli di solito utilizzati per le analisi elastiche (tipicamente le analisi dinamiche lineari).

La semplificazione è un'operazione da svolgersi agendo manualmente (difficile in questo senso che un programma di calcolo possa intervenire autonomamente) e con circospezione. Viene eseguita essenzialmente eliminando dal modello tutte quelle parti ritenute secondarie da un punto di vista dinamico e non strutturalmente influenti (sporgenze, coperture molto leggere, scale, ecc.), che produrrebbero modi di vibrare locali poco significativi in termini di percentuale di massa. Le parti eliminate devono essere sostituite con carichi statici e masse equivalenti. In generale, le modellazioni che comunemente il Progettista effettua ai fini di svolgere un'analisi lineare, solitamente ricche di dettagli costruttivi, non possono essere utilizzate anche in statica non lineare.

Altro aspetto delicato è la scelta dei legami costitutivi. Per tener conto della non linearità di materiale negli elementi in calcestruzzo sono diffusi due metodi: approccio a plasticità concentrata ed approccio a plasticità diffusa, altrimenti detto, a fibre. L'approccio a fibre viene spesso definito in modo generico; andrebbe più correttamente distinto in approccio in forze o approccio in spostamento (da non confondersi con la modalità di applicazione del carico di *pushover*). Con l'approccio in spostamento gli elementi *beam* devono essere suddivisi in più parti (di solito da tre a cinque) in modo da concentrare nelle zone di estremità (dove si presuppone l'azione flettente maggiore) gli elementi non lineari. Con l'approccio in forze, numericamente più avanzato, tale suddivisione non è obbligatoria; spesso viene comunque mantenuta ed è da considerare una buona pratica di modellazione.

Gli elementi a fibre sono caratterizzati da una non linearità diffusa non solo lungo l'elemento, ma anche trasversalmente ad esso. Ogni fibra che costituisce la sezione è caratterizzata da una legge elasto-plastica isteretica (sono pertanto legami utilizzabili in modo naturale anche in ambito dinamico non lineare). Tipici modelli costitutivi sono Kent&Park per il calcestruzzo (caratterizzato dall'assenza di un tratto elastico e da un ramo softening post-picco) e Menegotto-Pinto per l'acciaio (elastico - perfettamente plastico). Questi legami regolano il rapporto azione assiale-elongazione di ogni singola fibra, garantendo in modo naturale l'accoppiamento momento-azione assiale e la relazione momento-curvatura che scaturisce a seguito

dell'integrazione e che, quindi, non devono essere definiti artificialmente, come accade nell'approccio a plasticità concentrata. Negli elementi a fibre generalmente disponibili non è possibile considerare la crisi a taglio. Il controllo dell'eventuale presenza di meccanismi di rottura fragili negli elementi in calcestruzzo (ad esempio per carenza di staffatura, tipica di edifici datati) andrebbe effettuato nella fase di *post processing*.

Il numero corretto di fibre sulla sezione determina l'accuratezza dei risultati anche in caso di forte non linearità senza eccessivi tempi di calcolo.

In base a quanto appena accennato, però, l'Utente non può considerare la curva di *pushover* desunta dall'analisi come la curva effettiva di capacità della struttura. Manca infatti l'effetto legato alle crisi per taglio, che può modificarne fortemente la forma.

Per quanto concerne invece la tipologia delle cerniere concentrate, nella muratura le leggi costitutive sono sempre definite nel piano dell'elemento e sono in termini di momento/taglio – drift, entrambe di tipo duttile. Momento e taglio ultimi per i maschi dipendono dal valore della compressione. La formulazione sopra descritta può portare a difficoltà nella convergenza dei solutori non lineari nel caso di edifici monoplano poco caricati. Fondamentale può rivelarsi la posizione lungo l'elemento in cui il solutore valuta la tensione media sulla sezione. Inoltre, il momento ultimo per gli architravi dipende dalla resistenza a trazione dell'elemento teso posto in parallelo (parametro solitamente indicato con il simbolo  $H_p$ ). Spesso, però, gli elementi preposti a resistere a trazione non sono presenti. Ne consegue che la scelta del valore da attribuire al parametro  $H_p$  viene effettuata sulla base della resistenza a trazione dell'unico elemento orizzontale presente: l'architrave in muratura. Questi valori sono bassi e conducono ad un momento ultimo irrisorio. Anche il taglio ultimo può dipendere dal valore di  $H_p$ .

Il parametro *drift* assume un significato differente a seconda che si parli di elemento maschio oppure architrave. In generale esso rappresenta la differenza di spostamento tra due nodi dell'elemento maschio o architrave nel piano dell'elemento stesso. E' utile poi poter tenere conto della presenza o meno delle "zone rigide", che si generano grazie al confinamento dovuto ad eventuali architravi presenti ai lati.

Per quanto riguarda le strutture in c.a., è interessante notare che le cerniere a taglio sono di tipo elasto-fragile e possono creare anche in questo caso difficoltà nella convergenza del solutore. Negli edifici esistenti risulta molto im-

portante il loro contributo in quanto a causa della scarsa armatura a taglio, spesso è questa la modalità di rottura prevalente.

Negli edifici in c.a., adottando invece un approccio che simuli la non linearità del materiale per mezzo di cerniere plastiche concentrate, un'ulteriore problematica da affrontare riguarda la posizione di tali cerniere. Quelle a flessione di solito sono posizionate agli estremi dell'elemento finito; le cerniere a taglio, invece, potrebbero essere modellate unicamente nel punto medio dell'elemento *beam*, in quanto si presuppone che il diagramma dell'azione flettente sia "a farfalla", a cui corrisponde un andamento costante dell'azione tagliante. Questa ipotesi in realtà andrebbe precisata. Può essere ritenuta valida senza grossi problemi per le colonne. E' auspicabile, invece, poter considerare due posizioni per la cerniera a taglio nel caso delle travi poiché qui l'andamento del taglio è lineare "a farfalla", figlio di un andamento parabolico del momento dovuto ai carichi distribuiti lungo l'elemento.

Una volta scelta la tipologia di cerniere e stabilita la loro posizione, in particolare per il materiale cemento armato, caratterizzato da una legge taglio-drift di tipo elasto-fragile, bisogna determinare la loro sequenza di utilizzo. In generale è bene approcciarsi in modo graduale, stabilendo una sorta di gerarchia: attivazione delle cerniere a presso-flessione negli elementi verticali (pilastri), verifica dei risultati delle analisi non lineari per ogni curva di *pushover*, attribuzione delle cerniere a taglio agli elementi in c.a., controllo dei risultati; attribuzione delle cerniere solo flessionali alle travi, ai cordoli e alle architravi, controllo dei risultati, attribuzione delle cerniere a taglio anche agli elementi orizzontali.

Indipendentemente dalla tipologia di edificio esistente, esistono due modi per condurre un'analisi statica non lineare: in controllo di spostamento o in controllo di forza. Nel primo caso viene imposto uno spostamento ad un punto detto "nodo di controllo". Questo nodo solitamente è rappresentato dal centro di massa dell'ultimo impalcato, supposto rigido. Un'analisi svolta in controllo di spostamento può dar luogo a curve di capacità con ramo post-picco decrescente. Inoltre, il controllo in spostamento porta ad un'analisi più stabile. Quando non è possibile assicurare il piano rigido (o in presenza di zone rigide parziali), è più adatto il metodo in controllo di forza. In questo caso durante gli step di analisi viene incrementato un carico laterale secondo

gli schemi imposti dalla normativa. Con questo metodo non può essere esplorata l'intera curva di *pushover* e la convergenza è più difficoltosa.

L'ultimo passo prima del lancio dell'analisi *pushover* è costituito dalla definizione delle opzioni di calcolo. Le principali opzioni di controllo di un solutore non lineare riguardano: il numero di passi in cui suddividere il caricamento, il massimo numero di iterazioni, il criterio di convergenza e la tolleranza che la norma prescelta deve rispettare. Per quanto riguarda il numero di passi, è bene cercare un compromesso tra tempi di analisi ed applicazione graduale del carico. E' consigliabile partire con un numero di step limitato per poi crescere se l'analisi manifesta problemi di convergenza. Il massimo numero di iterazioni dipende dalle caratteristiche del solutore. Per quanto riguarda il criterio di convergenza, generalmente i solutori riportano: norma in spostamento, in forza, in energia. Scegliere solo un tipo di norma potrebbe dar luogo ad un controllo debole dell'analisi; di contro, impostare più controlli può risultare troppo restrittivo. Il criterio costituito dalla norma in energia può rivelarsi una buona alternativa in quanto il solutore effettua un check sul prodotto di forze e spostamenti, dando luogo ad una situazione intermedia tra le prime due descritte. Le tolleranze da impostare sono legate al problema in esame e all'unità di misura prescelta.

Gli edifici prefabbricati industriali monopiano manifestano, da un lato, interessanti problematiche riscontrabili nelle tipiche strutture in cemento armato, dall'altro, introducono tematiche del tutto originali, che per certi versi risultano simili a quelle delle strutture in acciaio.

Le strutture prefabbricate si presentano come un insieme di elementi strutturali (pilastri, travi, tegoli di copertura, ecc.) di notevoli dimensioni non solo in lunghezza ma anche in direzione trasversale. Per questo motivo, si manifesta subito una maggiore necessità di modellare la posizione reale degli oggetti al fine di riprodurre correttamente i collegamenti relativi tra la diverse parti e la posizione delle masse. A differenza degli edifici tradizionali, le masse relative alle travi ed agli elementi di copertura presentano una distanza rispetto alla sommità delle colonne di decine di centimetri (si può arrivare facilmente a 2 metri tra estradosso pilastri ed estradosso tegolo di copertura). L'effetto di ribaltamento di queste masse non può essere perso.

La simulazione degli impalcati in un edificio prefabbricato monopiano costituisce un argomento complesso. Gli elementi in copertura sono di solito

affiancati da elementi di completamento. L'insieme difficilmente garantisce un impalcato rigido. Potrebbero essere quindi considerati schemi intermedi tra i due estremi di comportamento. Spesso poi le coperture presentano una pendenza in una o due direzioni. Se si volesse considerare la presenza di falde "rigide", l'applicazione delle classiche relazioni cinematiche (opzioni *master - slave*) utilissime nel caso di edifici tradizionali, risulterebbe poco corretta in quanto si tratta di relazioni che agiscono rispetto alle direzioni X, Y, Z globali. Meglio sarebbe imporre "zone rigide" tramite una opportuna combinazione di aste/vincoli rigidi, agenti nei singoli piani inclinati delle falde.

Molto interessanti sono poi gli aspetti che concernono la modellazione degli elementi aggiuntivi: pannelli verticali, orizzontali e tamponature. Con riferimento ai pannelli verticali, l'approccio tipico ne prevede l'omissione, modellandoli come carichi e masse. Questo approccio, però, andrebbe rivisto nell'ambito di un'analisi di vulnerabilità. Le modalità di danneggiamento riscontrate nella realtà, infatti, indicano che le strutture industriali possono sperimentare dissesti anche solo su questi elementi (distacco e caduta). Esiste però una chiara difficoltà. I pannelli verticali presentano collegamenti con le colonne o le travi non facilmente modellabili. Si tratta di collegamenti multipli tra parti in calcestruzzo e parti in acciaio. Le crisi attivabili sono diverse ed ognuna costituisce di fatto una possibile fonte di non linearità. Se non modellabili con precisione, meglio accettare un approccio più semplice.

Il contributo dei pannelli orizzontali si traduce di solito in un effetto di irrigidimento nel piano della parete. I pannelli interni di solito offrono bassa resistenza flessionale. Gli schemi di simulazione possibili sono diversi ed abordabili in generale.

Infine, le tamponature in laterizio in diversi casi costituiscono un importante sistema strutturale agente in parallelo rispetto al telaio. Questi elementi possono offrire ampie riserve di resistenza e, in presenza di azione sismica, possono sopperire alla mancanza di capacità della struttura base garantendo livelli di accelerazione notevoli anche in edifici non concepiti per azioni sismiche. Si pone il problema di come modellare la presenza di questi elementi. Gli approcci possono essere diversi, passando da schemi composti da aste (doppi puntoni equivalenti) o schemi che prevedono l'inserimento di elementi bidimensionali. In tutti i casi è doveroso associare un comportamento non lineare. Un eventuale modello costituito da un telaio a compor-

tamento non lineare e da tamponature indefinitamente elastiche manifesterebbe una risposta poco veritiera. In generale, un approccio che preveda l'inserimento di elementi monodimensionali anche per le murature porterebbe ad un modello sofisticato, ma forse più agevole per l'analista. La scelta dipende dagli strumenti a disposizione, dalla competenza metodologica dell'Utente e dalla realtà in esame.

Nel caso del telaio le fonti di non linearità sono molto circoscritte: la base dei pilastri.

Nella fase di impostazione dell'analisi non lineare quasi inevitabile è il ricorso a schemi di carico in controllo di forza.

Gli edifici reali sono spesso irregolari ed esibiscono modi a frequenze superiori caratterizzati da notevoli percentuali di massa. Negli anni più recenti numerosi studi hanno affrontato questa problematica formulando differenti metodi per estendere l'applicabilità dell'analisi *pushover* agli edifici irregolari in pianta. A titolo di esempio si cita il metodo proposto da Fajfar. Un'altra caratteristica strutturale che può compromettere l'analisi statica non lineare è l'irregolarità in altezza. In questo caso si potrebbe procedere con la cosiddetta analisi *pushover* multimodale. Essa consiste nell'eseguire tante analisi statiche non lineari quanti sono i modi di vibrare significativi, ognuna con una distribuzione di forze orizzontali proporzionale alla deformata del modo considerato; successivamente si determina la risposta globale combinando i singoli effetti ottenuti da ciascuna analisi.

Le analisi statiche non lineari di solito non prevedono l'estensione a queste situazioni, che, volendo completare l'approccio *pushover*, sarebbe opportuno riuscire a risolvere. Pur evidenziando l'importanza di disporre in ogni situazione di procedure automatizzate, in generale queste estensioni non sono particolarmente complesse; almeno nei casi significativi potrebbero essere perseguite. È intuibile che l'applicazione di una siffatta procedura non può prescindere da un'adeguata apertura del *software* di calcolo utilizzato.

Non possiamo infine non completare l'iniziale classificazione delle tipologie strutturali, volutamente semplificata, accennando a schemi di costruzione di tipo misto. In molti edifici a fianco di strutture a telaio in cemento armato si evidenziano importanti maschi murari. Si tratta a tutti gli effetti di una terza categoria di opere. Il problema risiede nella difficoltà di considerare in fase



di analisi non lineare le differenti tipologie di non linearità. Più correttamente, gli edifici dovrebbero sempre essere considerati “misti”. Le due categorie sinora descritte non sono altro che le tipologie di strutture che mediamente è possibile modellare in mancanza di strumenti di calcolo adeguati.

Non si è accennato volutamente al tema dell'interazione con il terreno. Il motivo è che gli schemi di analisi statica non lineare di solito prevedono l'utilizzo della fondazione rigida.

L'introduzione di comportamenti non lineari nel terreno non andrebbe fatta mutuando dalle analisi elastiche l'approccio alla Winkler, ma bisognerebbe caratterizzare il comportamento non lineare del terreno in modo dettagliato.

In generale la presenza di fondazione non rigida comporta una decisa influenza sui valori di spostamento ultimo identificabili a valle dell'analisi e quindi su tutta la procedura di verifica richiesta dalla normativa. Questo contributo va quindi esaminato con molta attenzione. Nel dubbio meglio seguire approcci a fondazione rigida.

## Analisi statica non lineare di edifici non schematizzabili a telaio equivalente

Molte tipologie di strutture in muratura difficilmente possono essere ridotte ad un semplice schema a telaio equivalente. La presenza di aperture non allineate in altezza, di particolari costruttivi quali volte, capriate, porticati, catene ed in generale di elementi poco tozzi spesso non permettono ad una modellazione a telaio equivalente di coglierne la risposta effettiva. Queste tipologie di strutture nel seguito vengono identificate con l'aggettivo “monumentali” .

Una modellazione adeguata potrebbe prevedere l'utilizzo di elementi finiti bi- o tridimensionali, in combinazione con elementi asta.

Supponendo di voler effettuare una modellazione ad elementi bidimensionali, prima di tutto, è necessario costruire una adeguata *mesh* di elementi finiti. Si deve tener conto di situazioni tipiche quali la discretizzazione di aree caratterizzate da aperture interne con contorni anche curvilinei (si pensi alle volte delle finestrate). In presenza di aree adiacenti già discretizzate la *mesh* deve trovare adeguata congruenza nei bordi. In presenza di queste tipologie di domini è auspicabile poter generare *mesh* automatiche. In genera-

le sarebbe meglio poter arrivare ad un mix tra elementi quadrilateri e triangolari, utilizzando questi ultimi solo per le zone di transizione o raccordo. Questo approccio eviterebbe, da un lato, una distorsione eccessiva degli elementi quadrangolari, dall'altro consente di ottenere soluzioni di calcolo ragionevoli senza eccessivi infittimenti.

Un altro aspetto importante riguarda l'abbattimento della rigidità fuori piano degli elementi bidimensionali. E' noto che la muratura lavora principalmente nel proprio piano. Gli approcci sono molteplici; ad esempio, si potrebbe differenziare lo spessore membranale da quello flessionale, oppure modificare i vincoli a terra alla base dei maschi, infine applicare degli svincoli interni a flessione e a taglio fuori piano.

Il problema non è stato menzionato per motivi di spazio ma è da tenere in conto anche per gli schemi a telaio prima descritti. In quei casi si può agire direttamente sulle inerzie flessionali fuori piano dei maschi equivalenti rappresentati da aste.

Per quanto riguarda la modellazione degli impalcati, solitamente le strutture monumentali non sono dotate di impalcati rigidi; a volte la presenza di spazi interni (come chiostrì e cortili) e di sfalsamenti in direzione verticale di alcuni solai impedisce di considerare interi orizzontamenti come rigidi. In questi casi bisogna procedere con degli irrigidimenti parziali.

Anche per questo tipo di strutture l'esame della risposta in campo lineare può essere un ottimo strumento per individuare scelte sbagliate di modellazione che in fase non lineare potrebbero comportare mancanza di convergenza. Le analisi lineari sono utili per determinare la sollecitazione media agente nelle murature. Questo primo controllo serve soprattutto per comprendere se la modellazione è completa e corretta dal punto di vista dei carichi, dei vincoli, dei parametri dei materiali e delle scelte geometriche. I dati in uscita possono essere esaminati in relazione a risultati sperimentali (ad esempio, si possono confrontare le zone di maggior concentrazione di sforzo con eventuali mappe di danneggiamento ricavate *in situ*). Si devono confrontare le azioni ottenute con speditivi calcoli manuali.

Per quanto riguarda i legami non lineari, non si può riprendere quanto descritto in precedenza sui telai equivalenti. In questo ambito bisogna ricorrere a legami di altra natura. Si possono menzionare i classici legami elastoplastici incrudenti con criteri di rottura attritivi di vario tipo quali Mohr-Coulomb, Von Mises e Drucker-Prager. I dati di resistenza riguardano il

complesso murario e sono mediamente individuabili (ad esempio angolo di attrito del materiale, coesione). Accanto a questi legami si possono citare quelli che prevedono una distinzione tra i parametri di mattone e legante e controlli sulla resistenza a trazione dei diversi componenti in fase di analisi non lineare (legami anisotropi). La classificazione può proseguire accennando ai legami (indicati con il termine *Total Strain Crack*) che riguardano l'intera tessitura muraria e consentono di simulare (diversificando trazione, compressione e taglio) il comportamento della muratura. Questi legami presentano il vantaggio, non da poco, di poter simulare comportamenti *softening* (il degrado della resistenza); inoltre, sono modelli che investigano la formazione delle fessurazioni nei tre piani secondo diversi approcci. Ovviamente richiedono più dati in ingresso (ad esempio l'energia di frattura).

In merito all'impostazione dell'analisi *pushover* è necessario seguire le fasi già descritte nel paragrafo dedicato alle strutture modellabili a TEQ: il caricamento verticale, i casi di carico di *pushover*, il punto di controllo, l'estrazione delle curve di capacità, il successivo calcolo degli indici di rischio. Trattandosi di strutture più generali è probabile che siano da eseguire manualmente.

L'analisi statica non lineare parte anche in questo caso sulla struttura già caricata in direzione verticale con la combinazione "quasi permanente". L'applicazione del carico verticale dovrebbe avvenire per mezzo di pochi incrementi (2 o 3), in quanto si presuppone che il livello di danneggiamento sia molto contenuto, essendo l'edificio esistente e quindi visibilmente in grado di sopportare il carico verticale.

E' bene precisare come spesso il caricamento verticale possa costituire un momento cruciale all'interno della vera e propria analisi di *pushover* e non solo una fase preparatoria. Infatti, può capitare che strutture caratterizzate da materiali scadenti presentino uno stato di danneggiamento significativo già solo per i carichi verticali. Questa fase assume, allora, l'importanza di un'analisi a sé stante ed andrebbe effettuata con la stessa attenzione che di solito si riserva ai casi di carico laterali.

L'unico problema che si pone a questo punto è riuscire a far procedere l'analisi di *pushover*. Si possono verificare due situazioni: le plasticizzazioni occorse durante il caricamento verticale sono tali che comunque la successiva analisi con caricamento orizzontale può procedere oltre, oppure le plasticizzazioni occorse durante il caricamento verticale sono tali che fin

all'inizio della fase di *pushover* la convergenza viene persa. Il secondo caso si può verificare, ad esempio, quando le fessurazioni si concentrano nei punti di intersezione degli elementi pseudo-orizzontali (come volte o cupole) con le pareti verticali, portando ad un degrado della rigidità in queste zone già con i primi incrementi di carico orizzontale con conseguente sviluppo di labilità (si veda immagine introduttiva). In questo caso l'Utente è costretto a prendere atto sin dalla fase di carico verticale della situazione critica della struttura e valutare i possibili interventi da effettuare. Poi eventualmente può procedere con la vera e propria analisi di *pushover* sul modello modificato che riproduce anche gli interventi di miglioramento. L'analisi di *pushover* relativa ai carichi laterali deve partire dallo stato tenso-deformativo raggiunto fino a quel momento. Diversamente, i risultati del caricamento orizzontale sarebbero indipendenti da quello verticale.

Gli schemi di modellazione e calcolo appena descritti hanno anche il vantaggio di fornire un panorama più dettagliato. La possibilità di schematizzare in dettaglio volte e pareti complesse consente di effettuare un migliore e più completo confronto con i rilievi effettuati in sito in corrispondenza delle zone fessurate. Il modello dovrebbe riuscire a ricostruire gli schemi visibili dall'indagine sull'opera. In caso contrario il modello va meglio calibrato intervenendo sulle diverse componenti (modellazione, inserimento carichi, schemi di vincolo, ecc.).

Per le strutture monumentali, caratterizzate generalmente dall'assenza di un piano rigido, bisogna ricorrere praticamente sempre all'analisi in controllo di forza.

Per quanto riguarda la definizione dei carichi laterali valgono le prescrizioni normative già viste nel paragrafo precedente. La peculiarità per le strutture monumentali è puramente operativa e riguarda il fatto che l'Utente deve procedere manualmente.

Per quanto riguarda la scelta del punto di controllo, è fuori dubbio che esso debba trovarsi all'ultimo livello al fine di massimizzare lo spostamento. Ultimo livello non significa necessariamente il punto più alto del modello. Infatti, eventuali elementi di copertura tipicamente riscontrabili in queste strutture (coperture lignee) non sono rappresentativi in un'analisi di *pushover*. Un'altra indicazione importante è quella di scegliere il punto di controllo in modo che la parete sottostante possa essere considerata un maschio murario, cioè abbia continuità tra cielo e terra. Infatti, la presenza di aperture potreb-

be indurre degli effetti locali sullo spostamento dei nodi di sommità. Dato che la muratura lavora prevalentemente nel suo piano, i punti di controllo vanno scelti a seconda della direzione del carico di *pushover* che si sta analizzando. Un utile metodo consiste nell'analizzare ogni curva in relazione a differenti punti di controllo per avere una visione globale dei risultati dell'analisi. Dall'analisi delle curve l'Utente può comprendere se la struttura si comporti globalmente o se gli effetti locali sono determinanti. Nel primo caso si dovrebbero ritrovare curve simili per ogni punto preso in considerazione, nel secondo caso le curve appaiono differenti tra loro. In quest'ultimo caso l'Utente è chiamato a scegliere una strategia: può considerare la peggiore o una combinazione di esse oppure trascurarne alcune che appaiono chiaramente figlie di effetti locali. In questo senso può essere d'aiuto un esame delle mappe di sforzo e di spostamento. Le curve di *pushover* possono essere influenzate ad esempio dalla presenza di pareti che incidono nell'altra direzione e dal loro grado di ammassamento. Bisognerebbe quindi considerare punti caratterizzati da condizioni al contorno differenti.

Una caratteristica abbastanza comune delle curve di capacità di strutture monumentali è il graduale passaggio dal campo elastico al campo elastoplastico, cioè il graduale abbattimento della rigidità (pendenza della curva). Questa caratteristica deriva dal fatto che la plasticità è diffusa su tutta la struttura e può pertanto esplicitarsi poco alla volta nelle diverse zone col susseguirsi degli incrementi di carico.

Una volta ottenute le diverse curve di capacità, la fase di analisi può considerarsi terminata. Il passo successivo, con cui si entra nella vera e propria verifica di vulnerabilità dell'edificio, consiste nello stabilire la capacità della struttura sulla base delle curve ottenute. Anche la fase di *post-processing* per queste tipologie di strutture è a carico dell'Utente.

## L'analisi dinamica non lineare con integrazione al passo (Time History)

L'analisi *pushover* presenta l'indubbio vantaggio di offrire all'Analista la possibilità di esaminare la risposta non lineare di una struttura a prezzo di uno sforzo ragionevole. Tuttavia, alcuni importanti aspetti non sono presi in considerazione:

- nell'approccio tradizionale (metodo N2) l'analisi statica non lineare è un'analisi tridimensionale ma viene richiesta la regolarità strutturale e l'ipotesi di piano rigido; esistono quindi due direzioni abbastanza indipendenti tra loro;
- i legami costitutivi non permettono di simulare una risposta ciclica caratterizzata da dissipazione di energia ed accumulo del danno;
- facendo sempre riferimento all'approccio *standard* il caricamento proporzionale ai modi che, a causa del progressivo danneggiamento dovrebbe subire modifiche nel corso dell'analisi, resta immutato.

Per ovviare a tali svantaggi si può ricorrere all'analisi dinamica non lineare, in cui la risposta della struttura viene determinata mediante integrazione al passo delle equazioni del moto. Con questo approccio l'azione sismica, descritta per mezzo di accelerogrammi, agisce sui nodi vincolati della struttura riproducendo esattamente l'impatto del sisma in fondazione. Si individua quindi una piena tridimensionalità del problema. Inoltre, si possono utilizzare leggi costitutive di tipo isteretico che simulano il degrado della rigidità con i cicli di carico-scarico.

Il caricamento è rappresentato dagli accelerogrammi; questi possono essere artificiali, simulati o naturali. Ciascun accelerogramma descrive una componente (orizzontale o verticale) dell'azione sismica; l'insieme delle tre componenti (due orizzontali e una verticale) costituisce un gruppo di accelerogrammi. Gli accelerogrammi artificiali sono ottenuti per mezzo di appositi algoritmi (si ricorda ad esempio quello sviluppato da Sabetta e Pugliese nel 1996) a partire dallo spettro elastico relativo al sito in esame secondo le regole dettate dalla Normativa. Si chiamano "simulati" gli accelerogrammi generati mediante simulazione del meccanismo sorgente (ad esempio, scorrimento della faglia) e della propagazione; il loro utilizzo è ammesso a condizione che siano adeguatamente giustificate le ipotesi relative alle caratteristiche sismo-genetiche della sorgente e del mezzo di propagazione. Infine, l'uso di accelerogrammi naturali (o registrati) è ammesso a condizione che la loro scelta sia rappresentativa della sismicità del sito e sia adeguatamente giustificata in base alle caratteristiche sismo-genetiche della sorgente, alle condizioni del sito di registrazione, alla magnitudo, alla distanza dalla sorgente e alla massima accelerazione orizzontale attesa al sito.

Gli effetti sulla struttura sono rappresentati dai valori medi, se si utilizzano almeno 7 gruppi di accelerogrammi; dai valori massimi in caso contrario.

L'analisi dinamica non lineare introduce un aspetto del tutto nuovo: è necessario definire la matrice di smorzamento, che, insieme a quella classica di rigidità e alla matrice di massa, contribuisce a formare la matrice dei coefficienti del sistema risolvibile. L'approccio più diffuso è costituito dal metodo di *Rayleigh*, che fornisce la matrice di smorzamento viscoso come combinazione lineare della matrice delle masse e di rigidità. I coefficienti di tale combinazione (di solito indicati con  $\alpha$  per la massa e  $\beta$  per la rigidità) sono ottenuti a partire dallo smorzamento rispetto al critico definito dall'Utente e da un range di frequenze proprie della struttura non smorzata. Questo metodo nasce per poter abbattere, attribuendo loro uno smorzamento molto elevato, i modi che sono meno significativi, caratterizzati da una frequenza posizionata fuori dal range specificato. La procedura tiene conto di meccanismi di dissipazione non correlati al comportamento isteretico del materiale: ad esempio, smorzamento delle fondazioni e delle parti non strutturali, generalmente costante durante l'analisi. Ma, dato che in analisi non lineare la matrice di rigidità cambia ad ogni passo, i modelli isteretici sono calibrati su prove sperimentali e quindi tengono conto di tutte le fonti di non linearità; inoltre, dato che i modelli costitutivi generalmente usati con questo tipo di analisi presentano non linearità fin dall'inizio, utilizzando un rapporto di smorzamento modale pari al 5%, si sovrastima lo smorzamento della struttura. Tanto più la modellazione non lineare della struttura è accurata, tanto più piccolo dovrebbe essere il rapporto di smorzamento. Coefficienti di smorzamento del 2-3% sembrano essere più appropriati.

Riprendendo la classificazione operata in precedenza sulle strutture nel caso degli edifici industriali nelle analisi *Time History*, la non linearità viene solitamente considerata per mezzo degli elementi a fibre. L'approccio a plasticità diffusa, riservato a questo tipo di strutture, non si può usare per simulare il comportamento della muratura. Al fine di condurre un'analisi *Time History* su strutture in muratura, bisognerebbe pensare ad una strategia differente. Ad esempio, si potrebbe modellare l'edificio con elementi finiti 2D a cui andrebbe affiancato un legame costitutivo in grado di simulare il progressivo danneggiamento e la dissipazione indotti da una sollecitazione ciclica.

Diversi sforzi sono stati fatti, soprattutto in ambito accademico, proponendo nuovi modelli costitutivi di tipo isteretico da utilizzare sia nell'ambito di una modellazione ad elementi 2D, sia 1D. In entrambi i casi alla base sussiste l'idea di affiancare ad uno specifico criterio di rottura costruito *ad hoc* per il materiale muratura, validato su prove sperimentali, una descrizione della risposta del materiale sottoposto a cicli di carico-scarico, dovuti all'inversione del segno della forzante sismica. Modelli sono stati sviluppati per descrivere questo fenomeno coinvolgendo la resistenza a trazione, compressione e taglio degli elementi murari. Si veda ad esempio la tesi di E. Smyrou della Rose School di Pavia del 2006. I modelli sviluppati, di cui la letteratura è ricca, sono più o meno complessi: alcuni propongono leggi differenti per il carico, lo scarico ed il ricarico, altri tengono conto di micro-cicli di isteresi all'interno della malta nei giunti, altri ancora descrivono l'effetto a livello macroscopico del contatto nel materiale fessurato; il comune denominatore resta il fatto di poter descrivere la risposta del materiale quando l'azione sismica è descritta a sua volta per mezzo di un accelerogramma. Questo è sicuramente il punto cruciale per poter affrontare un'analisi *Time History*. Tant'è che in letteratura è facile rinvenire studi che adattano criteri di rottura consolidati di tipo attritivo (tipicamente Mohr-Coulomb) a leggi isteretiche, in modo da concentrare l'attenzione sugli sviluppi legati all'applicazione della dinamica non lineare. Si ricordi, ad esempio, il lavoro di Zhung, Thambiratnam e Corderoy.

Si conclude accennando alle modalità di verifica dei meccanismi fragili e duttili a valle dell'estrazione dei dati di output. Per ogni gruppo di accelerogrammi (da applicare in direzione positiva e negativa) è necessario per ogni elemento valutare il valore massimo (in senso assoluto) della rotazione alla corda e dell'azione tagliente. Come accennato in precedenza, se sono stati utilizzati almeno 7 gruppi di accelerogrammi, si considerano i valori medi dei massimi estratti; altrimenti, si considerano i valori massimi dei massimi estratti. I valori così ottenuti devono essere confrontati con i valori di capacità. Sul metodo migliore per l'estrazione dei dati di capacità sussistono ancora dubbi. Una soluzione potrebbe essere quella di calcolare la capacità nell'istante di tempo in cui si ha il valore massimo della quantità che si sta verificando, nel caso si abbiano a disposizione meno di 7 accelerogrammi. In caso contrario, le azioni agenti potrebbero essere confrontate con i valori medi dei valori calcolati negli istanti di tempo in cui si ha il valore massimo



della quantità che si sta verificando. In ogni caso risulta necessario lo sviluppo di fogli di calcolo ad hoc da parte del Progettista.

Anche in questo caso prima di addentrarsi in un'analisi così specialistica è fondamentale per il Progettista ottenere risultati preliminari da un'analisi dinamica lineare.

Ancor più delle analisi statiche non lineari si ribadisce la delicatezza e complessità nella simulazione dell'interazione terreno-struttura.

## Conclusioni

Le analisi descritte mostrano un panorama molto complesso ed in evoluzione. Negli schemi a telaio esistono ormai procedure ed algoritmi fortemente automatizzati. Tuttavia permangono le complessità; la presenza degli automatismi, inoltre, non è mai garanzia di validazione. In generale negli approcci a telaio è possibile affrontare solo una singola fonte di non linearità negli elementi strutturali ed i metodi di *pushover* raramente prevedono automaticità per strutture irregolari.

Gli approcci basati su modellazioni con elementi bi- o tri-dimensionali, per la media degli operatori, sono ancora in una fase iniziale. Le prospettive sono senz'altro interessanti. La mancanza di strumenti automatici non deve scoraggiare gli Utenti.

Le analisi dinamiche non lineari rappresentano il quarto tipo di calcolo proposto nella normativa. Tenuto conto degli indubbi vantaggi, vale senz'altro la pena, almeno per le strutture significative, sviluppare nel prossimo futuro questo approccio.